

A MATEMATIKA TANTÁRGY HELYI TANTERVE

(2+3+3+3+3) (Kerettanterv - ... változat alapján)

Matematika

Jelen helyi tanterv megfelel a Kormány 5/2020 (I. 31.) Korm. rendelete a Nemzeti alaptanterv kiadásáról, bevezetéséről és alkalmazásáról szóló 110/2012. (VI. 4.) Korm. rendelet módosításáról megnevezésű jogszabály alapján készült Kerettanterv a gimnáziumi nevelés-oktatás 9-10. évfolyama számára megnevezésű kerettanterv Matematika tantárgy előírásainak. Iskolánkban felmenő rendszerben, a 2020-21-es tanévtől (a 9. kny és 9. évfolyamokon) kerül alkalmazásra.

A középfokú képzés során a matematika tanulása-tanítása tekintetében az egyik legfontosabb feladat a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának kialakítása, fejlesztése. A 9. kny évfolyamtól kezdve a spirális felépítésnek megfelelően – a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások).

Az 1–4. és 5–8. évfolyamos képzés nevelési-oktatási szakaszait jellemző tanuláshoz és tanításhoz képest a 9–12. évfolyamokon fokozatosan hangsúlyosabbá válik a matematika deduktív jellege. Az új fogalmakat, algoritmusokat, ismereteket viszont továbbra is induktív módon, szemléltetéssel, felfedeztetéssel, tanulói tevékenységekre építve, a valósághoz kapcsolva kell bevezetni.

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Tanári irányítással a tételek, általános összefüggések is felfedeztetethetők a tanulókkal. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. A felfedezett tételek és összefüggések egy része bizonyítás nélkül is gyarapítja a matematikai eszköztárat. Néhány tétel bizonyítása azonban elengedhetetlen része a matematika tanításának, hiszen a bizonyításokon keresztül mutatható meg a matematika logikus és következetes felépítése. Az új fogalmak megalkotása, az összefüggések, stratégiák felfedezése és az ismereteknek feladatok, problémák megoldása során történő tudatos alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a meglévő ismeretek mobilizálásának képességét, valamint a problémamegoldó gondolkodás eltérő típusainak adekvát használatát. Ennek a folyamatnak az eredményeképpen a tanuló meg tudja állapítani adott állítás, tétel érvényességi és alkalmazási körét, megállapításai, állításai mellett logikusan tud érvelni. A matematika tanulásának-tanításának egyik fő célja, hogy fejlődjön a tanuló mérlegelő gondolkodása, az adatok elemzését, szintézisét és értékelését lehetővé tevő készségek és képességek rendszere. A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ismert számok köre az irracionális számokkal bővül, valamint új műveletek bevezetésére és már ismert műveletek alaphalmazának bővítésére kerül sor a permanenciaelv alapján. Ezen folyamat során a tanuló egyre inkább képes lesz rá, hogy változatos matematikai objektumokat jelölő szimbólumokkal végezzen műveleteket.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez. Ehhez – több más fogalom mellett – szükséges a függvény fogalmának változatos (nemcsak számhalmazokon értelmezett) példák mentén történő kiterjesztése.

A tanuló a matematika szaknyelvét érti és tudatosan használja. Életkorának megfelelő matematikai, matematikatörténeti szöveget képes önállóan olvasni, értelmezni. Mind írásban, mind szóban képes gondolatait a matematika szaknyelvének szabatos alkalmazásával közölni. A tanuló különböző

forrásokat (tankönyv, függvénytáblázat, saját jegyzet, digitális források) használhat az órákon és a számonkérések alkalmával, bizonyos tételek, azonosságok, képletek felidézésére.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét.

Ebben az életkorban is érvényesülnie kell a tanuló érdeklődésének, adottságának, absztrakciós szintjének megfelelő differenciálásnak. Ez a differenciálás jelentheti a Nat-ban leírt tananyagtartalmaknak a lehetőségekhez igazított bővítését is.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

A tanulás kompetenciái: A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának készségét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétele, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

A kommunikációs kompetenciák: A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszere.

A digitális kompetenciák: A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

A matematikai, gondolkodási kompetenciák: A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozhat olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása.

A tanuló mérlegelő gondolkodásának fejlesztése többek között a feladatok megoldása során kapott eredmények elemzésén és értékelésén keresztül történik. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

A személyes és társas kapcsolati kompetenciák: A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanuláson keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló

döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái: A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák: A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projektekben való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, problémamegoldás, kezdeményezőkézség, másokkal való együttműködés készsége).

9kny–9–10. évfolyam

A 9kny–10. évfolyamon a korábbi képzési szakaszok során megszerzett ismeretekre és kialakított készségekre, képességekre alapozva – a spirális tananyagfelépítést szem előtt tartva – az egyes témakörök új ismeretei matematikai szempontból egyre pontosabb és elvontabb formában jelennek meg a tanulási-tanítási folyamat során. Egyre határozottabb a fogalmak pontos definiálásának, az állítások, tételek indoklásának, bizonyításának, valamint az általánosításnak az igénye. Erre a szakaszra fokozottan jellemző a korábbi és az új ismeretek egységes rendszerbe foglalása, az egyes témakörökön belüli rendszerezés.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló – a lehetőségekhez mérten – a tanár által irányított módon, feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok fejlesztik a matematikai kommunikációt. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést és a felfedeztetést.

A 9kny–10. évfolyamon megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Ebben a szakaszban jelennek meg először a valós számok; elsőfokú egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek; másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek; a függvény fogalma, függvénytulajdonságok; a kör és részei. Vannak olyan témakörök, amelyek megjelennek más területek tanítása során is, ezért a tananyag egyes részeihez javasolt óraszámok nem feltétlenül jelentenek időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése lehetővé teszi a hétköznapi vagy matematikai nyelven megfogalmazott problémák és a megoldás során alkalmazott matematikai modellek körének bővülését.

Az angol nyelvű matematika tanítás a 9. évfolyamon kezdődik. A cél, hogy a tanulók mind magyarul, mind angolul megértsék a matematikai feladatokat és azokat mindkét nyelven a megfelelő szakkifejezések használatával képesek mind írásban mind szóban prezentálni.

A 9kny–9–10. évfolyamon a matematika tantárgy alapóraszám $72+216=288$ óra. Az új ismeretek a teljes óraszám négyötöd része alatt a legtöbb tanuló számára elsajátíthatók, így a fennmaradó órák felhasználhatók ismétlésre, gyakorlásra, felzárkóztatásra, tehetséggondozásra és számonkérésre.

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok	12
Matematikai logika	10
Kombinatorika, gráfok	14
Számhalmazok, műveletek	10
Hatvány, gyök	17+8
Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során	18
Arányosság, százalékszámítás	12
Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	43
Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek	32
A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	24
Geometria alapismeretek	8
Háromszögek	16
Négyszögek, sokszögek	10
A kör és részei	10
Transzformációk, szerkesztések	20
Leíró statisztika	10
Valószínűség-számítás	14
Összes óraszám:	288

ÉVFOLYAMOKRA BONTVA AZ EGYES TÉMAKÖRÖK

9. KNY ÉVFOLYAM (72 ÓRA, HETI 2 ÓRA)

1. TÉMAKÖR: Halmazok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 12 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- véges halmazok elemszámát meghatározza;
- alkalmazza a logikai szita elvét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott halmazt diszjunkt részhalmazaira bont, osztályoz;
- halmazokat különböző módokon megad;
- halmazokkal műveleteket végez, azokat ábrázolja és értelmezi.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Halmaz közös elem nélküli részhalmazokra bontása, példák ennek alkalmazására a matematikán belül, más tantárgyaknál és a mindennapi életben
- Halmaz megadása utasítással, elemek felsorolásával

- Halmazok közötti viszonyok ábrázolása, értelmezése
- Halmazok metszetének, uniójának, különbségének, komplementerének képzése, ábrázolása és értelmezése
- Két-három halmaz elemszámával kapcsolatos feladatok megoldása logikai szita segítségével
- Szemléletes kép végtelen halmazokról

FOGALMAK

alaphalmaz, részhalmaz, üres halmaz, halmazok egyenlősége, Venn-diagram; halmazműveletek: unió, metszet, különbség, komplementer halmaz; diszjunkt halmazok, halmaz elemszáma, logikai szita

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Hétköznapi életből, más tantárgyakból vagy a matematikából vett, konkrétan vagy digitálisan megjelenített alaphalmazból megadott tulajdonságokkal rendelkező elemek válogatása
- Konkrét részhalmaz esetén a részhalmaz képzési szempontjainak megállapítása
- A történelem, a művészetek, a tudományok, a sport neves személyiségeinek kitalálása különböző tulajdonságok alapján
- Barkochba játék
- A „végtelen szálloda” mint modell
- Megszámlálhatóan végtelen számosságú halmazok elemei között egyértelmű hozzárendelés felfedeztetése, például a pozitív természetes számok halmazának számossága megegyezik a pozitív páros számok halmazának számosságával

2. TÉMAKÖR: Számhalmazok, műveletek

JAVASOLT ÓRASZÁM: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
- ismer példákat irracionális számokra.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- a kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás műveleti azonosságokat helyesen alkalmazza különböző számolási helyzetekben;
- racionális számokat tizedes tört és közönséges tört alakban is felír;
- ismeri a valós számok és a számegyenes kapcsolatát;
- ismeri és alkalmazza az abszolút érték, az ellentett és a reciprok fogalmát;
- a számolással kapott eredményeket nagyságrendileg megbecsüli, és így ellenőrzi az eredményt;
- valós számok közelítő alakjaival számol, és megfelelően kerekít.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Műveleti azonosságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás), zárójelek helyes használata
- Tizedes törtek átírása közönséges tört alakba és viszont
- Irracionális számok szemléltetése
- Racionális számok elhelyezkedése számegyenesen

- Nyílt és zárt intervallumok fogalmának ismerete és alkalmazása
- Számok abszolút értékének, ellentettjének és reciprokanak meghatározása
- Számológéppel elvégzett számítások eredményének előzetes becslése és nagyságrendi ellenőrzése
- Valós számok adott jegyre kerekítése
- Valós számok gyakorlati helyzetekben történő észszerű kerekítése

FOGALMAK

racionális szám, irracionális szám, valós szám, nyílt intervallum, zárt intervallum, abszolút érték, ellentett, reciprok

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A számológép helyes használatának elsajátítása, például műveleti sorrend, zárójelek
- Írásban elvégzett műveletek ellenőrzése számológéppel
- Célszám megközelítése adott számjegyekkel, műveleti jelek és zárójelek használatával
- Tanulói kiselőadás a helyi értékes számírás kialakulásáról, a számjegyek kialakulásának történetéről
- A tanteremben vagy a tanterem környezetében végzett mérések esetén a megfelelő kerekítés alkalmazása
- Adott mérés elvégzése esetén a mérési hiba következményeinek vizsgálata

3. TÉMAKÖR: Arányosság, százalékszámítás

JAVASOLT ÓRASZÁM: 12 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az egyenes és a fordított arányosságot.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Az egyenes és a fordított arányosság fogalmának ismerete és alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
- Az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának felismerése és elkészítése
- Példák az egyenes és a fordított arányosságtól különböző arányosságokra (négyzetes, gyökös)
- Példák egy irányban vagy ellentétes irányban változó mennyiségpárookra a mindennapi életből
- Százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez (például háztartási bevételekhez, kiadásokhoz, pénzügyi fogalmakhoz, gazdasági folyamatokhoz) és más tantárgyakhoz köthető feladatok megoldása

FOGALMAK

egyenes arányosság, fordított arányosság, százalékalap, százaléérték, százalékláb

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Összetett, valódi élethelyzetekkel kapcsolatos feladatok megoldása csoportmunkában, szükség esetén grafikon segítségével

- Háztartási számlák elemzése az azokon megjelenő egységárak és fizetendő összegek figyelembevételével

4. TÉMAKÖR: Hatványozás, betűs kifejezésekkel számolás, nevezetes azonosságok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 17 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza az egész kitevőjű hatvány fogalmát;
- ismeri és alkalmazza az egész kitevőjű hatványozás azonosságait;
- műveleteket végez algebrai kifejezésekkel;
- ismer és alkalmaz egyszerű algebrai azonosságokat;
- átalakít algebrai kifejezéseket összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az egész kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
- ismeri és alkalmazza a normálalak fogalmát;
- ismeri és alkalmazza a műveleti tulajdonságokat betűs kifejezésekre
- ismeri és alkalmazza a nevezetes azonosságokat.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Valós számok hatványozása pozitív egész kitevőre
- Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre
- A hatványozás azonosságainak megfigyelése, felfedezése
- A hatványozás azonosságainak bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevő esetén
- Számok normálalakja
- Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, egytagú kifejezések hatványa
- Az $(a + b)^2$, az $(a - b)^2$ és az $(a + b)(a - b)$ kifejezésekre vonatkozó nevezetes azonosságok ismerete és alkalmazása (például oszthatósági feladatokban, egyenletek megoldásában, függvények ábrázolásában)
- Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel
- Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával

5. TÉMAKÖR: Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek

JAVASOLT ÓRASZÁM: 21 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg választát;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a következő egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv és szorzattá alakítás;
- megold elsőfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket, elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszereket.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalmának ismerete
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet és egyenlőtlenség megoldása mérlegelvével
- Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása behelyettesítéssel, közös együtthatók módszerével

FOGALMAK

alaphalmaz, megoldáshalmaz, mérlegelv

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Hiányos, túlhatározott, illetve ellentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata
- Nyílt végű problémák megoldása
- Adott egyenlethez szöveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában
- Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek grafikus megoldása során; a digitális eszközzel történő ábrázolás előnyeinek és hátrányainak megbeszélése

9. ÉVFOLYAM (108 ÓRA, HETI 3 ÓRA)

TÉMAKÖR: Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során

JAVASOLT ÓRASZÁM: 18 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- műveleteket végez algebrai kifejezésekkel;
- ismer és alkalmaz egyszerű algebrai azonosságokat;
- átalakít algebrai kifejezéseket összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával
- angol nyelven a matematikai alapszókincs kialakítása.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Algebrai kifejezések ÉT, ÉK vizsgálata, helyettesítési érték számolása
- Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, egytagú kifejezések hatványa
- Az $(a + b)^2$, az $(a - b)^2$, az $(a + b)(a - b)$, az $(a + b + c)^2$, az $(a + b)^3$ és az $(a - b)^3$ kifejezésekre vonatkozó nevezetes azonosságok ismerete és alkalmazása (például oszthatósági feladatokban, egyenletek megoldásában, függvények ábrázolásában)
- Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel
- Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával

FOGALMAK

összeg, tag, szorzat, tényező, egynemű kifejezés, együttható, teljes négyzet, polinom, helyettesítési érték, értelmezési tartomány, értékkészlet

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Gondolj egy számra, és én kitalálom” játék, matematikai bűvésztükkök algebrai magyarázata
- Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek geometriai modellezése
- A nevezetes azonosságok geometriai megjelenítése
- Számolási „tűkkök” a nevezetes azonosságok segítségével, például kétjegyű számok négyzetének, $99 \cdot 101$ típusú szorzat eredményének kiszámolása fejben

2. TÉMAKÖR: A függvény fogalma, függvénytulajdonságok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 24 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
- adott értékkészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket;
- adott képlet alapján helyettesítési értékeket számol, és azokat táblázatba rendezi;
- táblázattal megadott függvény összetartozó értékeit ábrázolja koordináta-rendszerben;
- a grafikonról megállapítja függvények alapvető tulajdonságait;
- egyenleteket és egyenlőtlenségeket, illetve egyenletrendszereket grafikus módon is megold.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű

- Függvény megadása, alapvető függvénytani fogalmak ismerete
- Függvényértékek meghatározása és táblázatba rendezése
- Függvények ábrázolása táblázat alapján
- Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására
- Agrafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékkészletének, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és fogyás leolvasása
- Lineáris függvény, másodfokú függvény, négyzetgyökfüggvény, fordított arányosságot leíró függvény (elemi függvények) grafikonja, tulajdonságai
- Elemi függvényekkel egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása: $f(x) + c$, $f(x + c)$, $c \cdot f(x)$, $|f(x)|$
- Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása grafikon alapján
- Egyszerű függvények esetén az $f(x) = c$ alapján x meghatározása és ennek alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
- Kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés megfordítása és a megfordított hozzárendelés ábrázolása
- Egyenletek és egyenlőtlenségek, illetve egyenletrendszerek grafikus megoldása

FOGALMAK

egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékkészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Összetett, valódi helyzetekkel, például demográfiai kérdésekkel, pénzügyi feladatokkal kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában
- Hétköznapi helyzetekben időben változó folyamatokkal kapcsolatos mérések végzése és a mért adatok ábrázolása koordináta-rendszerben (például hőmérséklet)
- A tanulók mindennapi életéhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése (például út-idő grafikon az iskolába való eljutásról)
- Egyszerű, másodfokú függvényekkel jellemezhető, gyakorlati helyzethez köthető szélsőérték-feladatok megoldása csoportmunkában, például adott hosszúságú spárgával bekeríthető maximális területű téglalap adatainak mérése, megfigyelése
- Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével
- Barkochba játék a függvényekkel kapcsolatos fogalmak használatával
- Szöveges feladatok megoldása grafikus úton
- Algebrai úton nem vagy nehezen megoldható egyenletek közelítő megoldása grafikus úton digitális eszköz segítségével

3. TÉMAKÖR: Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek

JAVASOLT ÓRASZÁM: 22óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;

- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg választát;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a következő egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, szorzattá alakítás;
- megold elsőfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket, elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszereket.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalmának ismerete
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet és egyenlőtlenség megoldása mérlegelvvel és grafikusán
- Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása behelyettesítéssel, közös együtthatók módszerével, grafikusán
- Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása (például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keverékes feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok)

FOGALMAK

alaphalmaz, megoldáshalmaz, mérlegelv

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Szöveges feladatok megoldása több különböző úton, a különböző megoldások összehasonlítása előnyök és hátrányok szempontjából
- Hiányos, túlhatározott, illetve ellentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata
- Nyílt végű problémák megoldása
- Adott egyenlethez szöveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában
- Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek grafikus megoldása során; a digitális eszközzel történő ábrázolás előnyeinek és hátrányainak megbeszélése

4. TÉMAKÖR: Leíró statisztika

JAVASOLT ÓRASZÁM: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
- felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adatsokaságból adott szempont szerint oszlop- és kördiagramot készít hagyományos és digitális eszközzel.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése
- Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középértékekkel hagyományos és digitális eszközzel
- A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések
- Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel
- Konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagramtípus kiválasztása
- Kördiagramból oszlopdiagram készítése és viszont
- Grafikus manipulációk felismerése és javítása diagramok esetén

FOGALMAK

oszlopdiagram, kördiagram, átlag, medián, módusz

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Adatgyűjtés megtervezése, például forgalomszámlálás vagy iskolai felmérés előkészítése
- A megtervezett statisztikai adatgyűjtés lebonyolítása, az eredmények szemléltetése grafikonok segítségével, a kapott eredmények értékelő bemutatása tanulói kiselőadás formájában
- Különböző adatsokaságok esetében annak vizsgálata, hogy ezek jellemezhetők-e az ismert középértékekkel
- Érvelés a tanuló saját érdemjegyei alapján különböző statisztikai jellemzők segítségével a kedvezőbb év végi jegyért
- Különböző sportágak értékelési rendszerének és statisztikáinak bemutatása tanulói kiselőadás keretében
- Osztályok/tantárgyak eredményeinek összehasonlítása érdemjegyek és ezek középértékei alapján
- Csoportmunka keretében adott céllal készülő, megtevesztő oszlop- és kördiagramok készítése, ezek szóbeli értékelése, javítása

5. TÉMAKÖR: Geometriai alapismeretek

JAVASOLT ÓRASZÁM: 8 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és használja a pont, egyenes, sík (tételek) és szög fogalmát;
- ismeri és alkalmazza a nevezetes szögpárok tulajdonságait;
- ismeri az alapszerkesztéseket, és ezeket végre tudja hajtani hagyományos vagy digitális eszközzel.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolságának alkalmazása a síkban
- Egyenesek kölcsönös helyzetének ismerete és alkalmazása
- Nevezetes szögpárok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcsszögek, egyállású szögek, váltószögek
- A szakaszfelező merőleges és a szögfelező mint ponttálmazok tulajdonságainak ismerete
- Dinamikus geometriai szoftver alkalmazásának előkészítése, használata
- Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel euklideszi módon: szakaszfelező merőleges, szögfelező, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése, szög másolása

FOGALMAK

pont, egyenes, sík, szögtartomány, hajlásszög, párhuzamos, merőleges, pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcsszögek, egyállású szögek, váltószögek, szakaszfelező merőleges, szögfelező

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Az osztályteremben vagy a terem környezetében „egyenesek” kölcsönös helyzetének megadása, ezek távolságának megmérése
- Számszerű adatként csak a méretarányt tartalmazó térkép alapján valódi távolságok meghatározása, becslése
- Számszerű adatként csak méretarányt tartalmazó térképen adott helységektől (közelítőleg) egyenlő távolságra levő helységek megkeresése

6. TÉMAKÖR: Háromszögek

JAVASOLT ÓRASZÁM: 16 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
- kiszámítja háromszögek területét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei közötti kapcsolatokat; a speciális háromszögek tulajdonságait;
- ismeri és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmakat és tételeket;
- ismeri és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A háromszögek csoportosítása oldalak és szögek szerint

- Az alapvető összefüggések ismerete és alkalmazása háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között
- Speciális háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: szabályos, egyenlő szárú, derékszögű háromszög
- A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek ismerete és alkalmazása: oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör
- Az oldalfelező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása
- A Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
- A Pitagorasz-tétel bizonyítása
- Háromszög területének kiszámítása

FOGALMAK

szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt kör, beírt kör

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetése szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában
- Konkrét alakzatok átdarabolása más alakzattá páros vagy csoportmunkában
- A derékszögű háromszög oldalaira szerkesztett négyzetek átdarabolása a Pitagorasz-tételnek megfelelő módon, pitagorasz-tangramok vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával

7. TÉMAKÖR: Négyyszögek, sokszögek

JAVASOLT ÓRASZÁM: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
- átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a szabályos sokszög fogalmát; kiszámítja a konvex sokszög belső és külső szögeinek összegét.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Speciális négyszögek (trapéz, húrtapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása
- Konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegekre vonatkozó tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása
- Szabályos sokszög fogalmának ismerete
- Szabályos sokszög területe átdarabolással

FOGALMAK

trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Különböző típusú speciális négyszögek területének meghatározására vonatkozó formula felfedeztetése átdarabolással
- A belső és a külső szögösszegre vonatkozó tételek felfedeztetése, illusztrálása átdarabolással, hajtogatással vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével
- Projektmunka: lakás/iskola alaprajzának elkészítése méretarányosan

10. ÉVFOLYAM (108 ÓRA, HETI 3 ÓRA)

1. TÉMAKÖR: Gyökvonás

JAVASOLT ÓRASZÁM: 8óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza az n -edik gyök fogalmát;
- ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a négyzetgyök fogalmát és azonosságait;
- ismeri és alkalmazza az n -edik gyök fogalmát és azonosságait

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A négyzetgyök és az n -dik gyök definíciója
- Nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével
- A négyzetgyökvonás és az n -dik gyökvonás azonosságai

FOGALMAK

Négyzetgyök, n -edik gyök

2. TÉMAKÖR: Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek

JAVASOLT ÓRASZÁM: 32 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg választát;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megold másodfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket; ismeri és alkalmazza a diszkriminánst, a megoldóképletet és a gyöktényezős alakot.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Másodfokú egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- Egyenletek megoldása ekvivalens átalakításokkal
- Másodfokú egyenlet megoldása szorzattá alakítással, teljes négyzetté kiegészítéssel, megoldóképlettel és grafikusan
- Egyszerű másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása
- Másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusan
- Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok megoldása
- $\sqrt{x+c} = ax+b$ alakú egyenletek megoldása

FOGALMAK

másodfokú egyenlet megoldóképlete, diszkrimináns, gyöktényezős alak, ekvivalens átalakítás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Másodfokú egyenlet megoldása konkrét együtthatókkal és paraméterekkel, a lépéseket párhuzamosan végezve
- Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása során
- Tanulói kiselőadás tartása magasabb fokú egyenletek megoldásának történetéről, érdekességeiről

3. TÉMAKÖR: Matematikai logika

JAVASOLT ÓRASZÁM: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
- tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott állításról eldönti, hogy igaz vagy hamis;
- alkalmazza a tagadás műveletét egyszerű feladatokban;
- ismeri és alkalmazza az „és”, a (megengedő és kizáró) „vagy” logikai jelentését;
- megfogalmazza adott állítás megfordítását;
- helyesen használja a „minden” és „van olyan” kifejezéseket.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A matematikai bizonyítás fogalma

- Állítás logikai értékének megállapítása (igaz vagy hamis)
- Állítás tagadásának alkalmazása egyszerű feladatokban
- A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban
- A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értékének megállapítása és ennek indoklása egyszerű esetekben
- Adott állítás megfordításának megfogalmazása
- „Ha..., akkor...” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értékének megállapítása
- Stratégiai és logikai játékok

FOGALMAK

tétel, bizonyítás, igaz-hamis; „nem”, „és”, „vagy”, „vagy..., vagy...”, „ha..., akkor...”, „akkor és csak akkor”

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Bíróági tárgyalás”, ahol az osztály tanulói a védők és a vádlók egy állítás indoklására, cáfolására
- „Mit állít a szigetlakó?”, „Ki volt a tettes, ha...?” típusú feladatok eljátszása, megoldása csoportmunkában
- Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő”
- Stratégiai játékok, például egyszerű NIM játékok, táblás játékok
- Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok

TÉMAKÖR: Kombinatorika, gráfok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 14 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
- konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével;
- véges halmazok elemszámát meghatározza;
- alkalmazza a logikai szita elvét.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezéssel
- Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása matematikai problémákban
- Esetszétválasztás és szorzási elv alkalmazása feladatok megoldásában
- Összeszámlálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában
- Gráfok alkalmazása konkrét hétköznapi és matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására

FOGALMAK

gráf, gráf csúcsa, gráf éle

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezett leszámlálással és a szorzási és/vagy esetszétválasztási elv alkalmazásával
- Geometriai eszközök használata kombinatorikai problémák megoldására
- Néhány feltételt tartalmazó tanulói órarend készítése kis elemszámmal
- Azonos modellen alapuló, de különböző megfogalmazású feladatok megoldása
- Szorzat vagy összeg alakban megadott eredményű kombinatorikafeladatokhoz saját szöveg írása
- Téves megoldású kombinatorikafeladatokban a hiba megtalálása és a tévedés kijavítása
- Sorba rendezési feladatok megoldásának szemléltetése gráffal
- Adott gráfhoz hozzáillő feladatszöveg alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában

TÉMAKÖR: Valószínűség-számítás

JAVASOLT ÓRASZÁM: 14 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- tapasztalatai alapján véletlen jelenségek jövőbeni kimenetelére észszerűen tippel;
- véletlen kísérletek adatait rendszerezi, relatív gyakoriságokat számol, nagy elemszám esetén számítógépet alkalmaz.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Valószínűségi kísérletek elvégzése, gyakorisági, relatív gyakorisági táblázatok készítése
- A valószínűség fogalmának bevezetése statisztikai alapon
- A klasszikus valószínűségi modell fogalma és alkalmazása
- Diszkrét valószínűség-eloszlások ábrázolása hagyományos és digitális eszközzel

FOGALMAK

valószínűségi kísérlet, esemény, elemi esemény, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség, diszkrét valószínűség-eloszlás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (például dobások szabályos dobókockákkal, pénzérmékkel); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; tippelés az egyes kimenetelekre és becslés a bekövetkezésük valószínűségére
- Játékokban a szerencsefaktor vizsgálata, például „Ki nevet a végén” játék esetében az első hatos dobás eloszlása
- Különböző társasjátékokban stratégia meghatározása, döntéshozatal esélylatolgatás alapján
- Különböző szerencsejátékok (lottó, totó, póker, black jack, internetes sportfogadások) esetében a nyerési esély összehasonlítása

TÉMAKÖR: A kör és részei

JAVASOLT ÓRASZÁM:10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ki tudja számolni a kör és részeinek kerületét, területét;
- ismeri a kör érintőjének fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral;
- ismeri és alkalmazza a Thalész-tételt és megfordítását.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével
- Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak
- A Thalész-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
- A Thalész-tétel bizonyítása

FOGALMAK

középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Annak felfedeztetése méréssel, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával; különböző méretű körök esetén a kapott adatok táblázatba foglalása
- A Thalész-tétel felfedeztetése szerkesztéssel, szögméréssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával

TÉMAKÖR: Transzformációk, szerkesztések

JAVASOLT ÓRASZÁM:20 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
- ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
- alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;
- ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismer példákat geometriai transzformációkra;

- ismeri és alkalmazza a síkbeli egybevágósági transzformációkat és tulajdonságaikat; alakzatok egybevágóságát;
- ismeri és alkalmazza a középpontos hasonlósági transzformációt, a hasonlósági transzformációt és az alakzatok hasonlóságát;
- megszerkeszti egy alakzat tengelyes, illetve középpontos tükörképét, pont körüli elforgatottját, párhuzamos eltolását hagyományosan és digitális eszközzel;
- geometriai szerkesztési feladatoknál vizsgálja és megállapítja a szerkeszthetőség feltételeit.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Példák ismerete geometriai hozzárendelésekre (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, merőleges affinitás, térkép, fényképezés)
- A tengelyes tükrözés, a középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás ismerete, tulajdonságai
- A vektor fogalmának kialakítása a párhuzamos eltolás segítségével
- Egybevágósági transzformációk egymás utáni végrehajtása
- Egybevágósági transzformációk végrehajtása szerkesztéssel vagy digitális eszközzel
- Egybevágó alakzatok, szimmetriák megfigyelése a környezetben, művészeti alkotásokban
- Az egybevágósági transzformációk alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában
- Háromszögek egybevágóságának alapesetei és ezek alkalmazása
- Négyszögek egybevágósága
- Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel; diszkusszió
- Gyakorlati feladatok megoldása egybevágóságok segítségével (például a sík parkettázása különféle síkidomokkal; szabásminta készítése, használata)
- A középpontos hasonlósági transzformáció és a hasonlósági transzformáció ismerete, tulajdonságai
- A hasonlóság fogalmának ismerete és alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában
- Gyakorlati feladatok megoldása hasonlóság segítségével (például alaprajz-, térképkészítés, modellezés)

FOGALMAK

tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, vektorok összege, középpontos hasonlósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, hasonlóság, a hasonlóság aránya

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésekre, például fényképezés, filmvetítés
- A középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás bemutatása mint két tengelyes tükrözés egymásutánja
- M. C. Escher és Victor Vasarely néhány interneten is elérhető alkotásának elemzése a szimmetriák szempontjából; hasonló módszerrel képek alkotása
- A sík parkettázása egybevágó háromszögekkel, négyszögekkel papírsablonok vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével
- A tengelyes vagy középpontos szimmetriára alapozó stratégiai játékok (például pénzforgatós, színezős) páros munkában
- Az iskola közelében lévő magas épület (például templomtorony) magasságának meghatározása egy egyenes bot segítségével a bot és az épület árnyékának méréséből („Thalész-módszer”) csoportmunkában

- Valódi távolságok, valódi útvonalak hosszának meghatározása papíralapú térkép alapján

11. évfolyam

Célok és feladatok

A 11. évfolyamon tovább kell folytatni a tanulók kombinatív készségének fejlesztését, a feladatmegoldásban a minél többféle megoldási mód keresésének ösztönzését, a bizonyítás iránti igény mélyítését. Ezen az évfolyamon elvárható a pontos fogalomalkotásra való törekvés. Fontos cél a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességének továbbfejlesztése is.

A 11. évfolyam témakörei lehetőséget biztosítanak arra, hogy a tanulók becsléseket végezzenek, és a becsléseiket összevessék a számításokkal. Különösen az algebrai számítások adnak rá jó lehetőséget, hogy az önellenőrzés igényét felkeltsük, továbbfejlesszük. Több terület (egyenletek, egyenletrendszerek, szöveges feladatok, függvények, geometria) összetettebb feladatai is igénylik a tervszerű munka végzését.

A különböző transzformációk, a koordináta-geometria egyes területei, valamint bizonyos geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel is jó lehetőséget adnak arra, hogy felismertessük az összefüggéseket a matematika különböző területei között. Több lehetőség is kínálkozik arra (egyenletek, függvények, vektorok stb.), hogy bemutassuk a fizika és a matematika szoros kapcsolatát, miközben a legkülönbözőbb területen van lehetőségünk a gyakorlati problémák matematizálására, a modellalkotásra (lásd például a gráfok). Szinte minden témakörben alkalmunk van a zsebszámológép alkalmaztatására, és igen gyakran tudjuk a számítógépet is segítségül hívni a feladatok megoldásához, az adatok, problémák gyűjtéséhez (lásd például statisztikai adatok), a véletlen jelenségek vizsgálatához, a megoldások prezentációjához.

A geometria több területe is alkalmas az esztétikai érzék fejlesztésére.

Elengedhetetlen az elemi függvények ábrázolása koordináta-rendszerben és a legfontosabb függvénytulajdonságok meghatározása nemcsak a matematika, hanem a természettudományos ismeretek megértése miatt, különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök

	Javasolt óraszámok
	3 óra/hét (108 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	12 óra
2. Számтан, algebra	28 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	16 óra
4. Geometria	30 óra
5. Valószínűség, statisztika	22 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 12 óra
Előzetes tudás	Sorbarendezési, leszámhlási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Tan-eszközök
Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel. <i>Matematikatörténet:</i> Erdős Pál.	Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	<i>Földrajz:</i> előrejelzések, tendenciák megfogalmazása <i>Biológia-egészség-tan:</i> genetika	T: Számológép Számítógép Interaktív tábla
Binomiális együtthatók.	Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztásának jelentősége a matematikában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Fokszám összeg és az élek száma közötti összefüggés. <i>Matematikatörténet:</i> Euler.	Modell alkotása valós problémához: gráfmodell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép Számítógép Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számtan, algebra	Órakeret 28 óra
Előzetes tudás	Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Egyenlet, egyenlőtlenség megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla, függvénytablázat	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztése követelményeinek megértése. Függvénytulajdonság alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás).	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneshközök
n-edik gyök. A négyzetgyök fogalmának általánosítása.	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása.	Feladatmegoldás önállóan és cso- portmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén.	Fogalmak módosítása újabb ta- pasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiter- jesztése, permanenciaelv alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és cso- portmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Hatványozás azonosságainak alkal- mazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.	Feladatmegoldás önállóan és cso- portmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
A definíciók és a hatványozás a- zonosságainak közvetlen alkalma- zásával megoldható exponenciális egyenletek.	Modellek alkotása (algebrai mo- dell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értécsökkenés, népesség alakulása, radio- aktivitás).	Feladatmegoldás önállóan és cso- portmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz; biológia-egészség- tan:</i> globális problémák - demográfiai mutatók, a Föld eltartó képesége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A logaritmus értelmezése. <i>Matematikatörténet:</i> A logaritmussal való számolás szerepe (például a Kepler-törvények felfedezésében).	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Fizika:</i> Kepler-törvények.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Zsebszámológép használata, táblázat használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.	T: Számológép függvénytáblázat
A logaritmus azonosságai.	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
A definíciók és a logaritmus azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható logaritmikus egyenletek.	Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Biológia-egészségtan:</i> érzékelés, az inger és az érzet.	T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	n-edik gyök. Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 16 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszőg szögfüggvényeinek értelmezése.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Tananyagok
Az exponenciális függvények.	Permanenciaelv alkalmazása.	Frontális munka.		TD: Interaktív tábla
Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.	Modellek alkotása (függvény modell): a lineáris és az exponenciális növekedés/csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban (például: népesség, energiafelhasználás, járványok stb.).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz:</i> a társadalmi-gazdasági tér szerveződése és folyamatai. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek; földrajz:</i> globális kérdések: - erőforrások kimerülése, fenntarthatóság, demográfiai robbanás a harmadik világban, népességcsökkenés az öregedő Európában.	T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. Exponenciális folyamat.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 30 óra
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Színusztétel, koszinusztétel.	Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> vektor felbontása adott állású összetevőkre. <i>Földrajz:</i> térábrázolás és tér-megismerés eszközei, GPS.	T: Számológép
Síkidomok kerületének és területének számítása.	Ismeretek alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Földrajz:</i> felszínszámítás.	T: Számológép
Pitagorasz-i összefüggés egy szög szinusza és koszinusza között. Összefüggés a szög és a mellékszög szinusza, illetve koszinusza között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként.	A trigonometrikus azonosságok megértése, használata. Függvénytáblázat alkalmazása feladatok megoldásában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyszerű trigonometrikus egyenletek. Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák.	A problémához hasonló egyszerű probléma keresése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.	T: Számológép
Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. Két vektor merőlegességének szükséges és elégséges feltétele.	A művelet újszerűségének felfedezése. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése, megkülönböztetése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> mechanikai munka, mágneses fluxus.	
Helyvektor.	Emlékezés: jelek, jelölések, megállapodások.	Frontális munka	<i>Fizika:</i> vonatkoztatási rendszer, hely megadása.	
Műveletek koordinátaikkal adott vektorokkal. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.	A vektor fogalmának bővítése (algebrai vektorfogalom). Sík és tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> erők összeadása komponensek segítségével, háromdimenziós képalkotás (hologram).	T: Számológép
A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> hely megadása.	T: Számológép
Két pont távolsága, a szakasz hossza.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
A kör egyenlete.	Geometria és algebra összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép
Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Íránytangens és az egyenes meredeksége.		Frontális munka	<i>Fizika:</i> út-idő grafikon és a sebesség kapcsolata.	T: Számológép
A merőlegesség megfogalmazása skaláris szorzattal.	Geometriai ismeretek felelevenítése, megfogalmazása algebrai alakban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Az egyenes egyenlete. Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének feltétele.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értése, használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép
Két egyenes metszéspontja. Kör és egyenes kölcsönös helyzete.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép
A kör adott pontjában húzott érintője.	A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában. Geometriai ismeretek mozgósítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép
A koordináta geometriai ismeretek alkalmazása egyszerű síkgeometriai feladatok megoldásában.	Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Geometriai problémák számítógépes megjelenítése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram használata). <i>Fizika:</i> égitestek pályája.	T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Valós szám szinusza, koszinusza, tangense. Bázisrendszer, helyvektor. Skaláris szorzat. Pontthalmaz egyenlete; kétismeretlenes egyenletnek megfelelő pontthalmaz.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret 22 óra
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek értelmezése az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Eseményekkel végzett műveletek. Példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre. Elemi események. Események előállítása elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Logikai műveletek, halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> folyamatok, kapcsolatok leírása logikai áramkörökkel.	
Véletlen esemény, valószínűség. A valószínűség matematikai definíciójának bemutatása példákon keresztül.	A véletlen kísérletekből számított relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
A valószínűség klasszikus modellje. <i>Matematikatörténet:</i> Rényi: Levelek a valószínűségről.	A modell és a valóság kapcsolata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás		T: Számológép Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyszerű valószínűség-számítási problémák.	Ismeretek mozgósítása, tanult kombinatorikai módszerek alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> az úrkutatás hatása mindennapjainkra, a találkozás valószínűsége.	T: Számológép
Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatéves mintavétel esetén, a binomiális eloszlás. Visszatevés nélküli mintavétel.	Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényege.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.	T: Számológép
A várható érték				
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem, szórás. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal.	A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése. Közvélemény-kutatás, minőség-ellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Valószínűség matematikai fogalma. Klasszikus valószínűség-számítási modell. Szórás.			

Továbbhaladás feltételei

- Képes egyszerű kombinatorikai feladatok megoldására.
- Ismeri a gráf szemléletes fogalmát, képes egyszerű alkalmazásokra.
- Biztonsággal alkalmazza a hatványozás azonosságait egész kitevő esetén.
- Ismeri a logaritmus fogalmát, jól alkalmazza az azonosságokat egyszerűbb esetekben.
- Képes megoldani egyszerű exponenciális, logaritmusos és trigonometrikus egyenleteket.
- Tájékozott az alapfüggvények grafikonjait és legfontosabb tulajdonságait (értelmezési-tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték) illetően.
- Ismeri és alkalmazza a vektorműveleteket (összeadás, kivonás, skalárral való szorzás).
- Alkalmazza a szinusztételt és a koszinusztételt a háromszög hiányzó adatainak meghatározására.
- Képes vektorok koordinátaival számolni.
- Ki tudja számolni szakasz felezőpontjának koordinátáit.
- Fel tudja írni a kör középponti egyenletét.
- Ismeri és alkalmazza az egyenes (egy szabadon választott) egyenletét.
- Meg tudja határozni két egyenes metszéspontjának koordinátáit.
- Tudja vizsgálni kör és egyenes kölcsönös helyzetét.
- Képes egyszerű valószínűségi feladatok megoldására.

12. évfolyam

Célok és feladatok

A 12. évfolyam fő feladata matematikából a tanult ismeretek több szempontú rendszerezése, felkészülés az érettségire. Ennek érdekében szükséges a matematika különböző területei közti összefüggéseinek tudatosítása, az absztrakciós készség fejlesztése, a deduktív gondolkodás továbbfejlesztése.

A középiskolai tanulmányok végére a korábban szemléletesen, tevékenységek segítségével kialakított fogalmaknak meg kell erősödniük, egyes fogalmakat pontosan kell definiálni, általánosítani. Meg kell ismertetni a tanulókat a matematika axiomatikus felépítésének elvével.

A következtetési, a bizonyítási készség fejlesztése hangsúlyos ennél a korosztálynál. A „ha ..., akkor ...”, az „akkor és csak akkor” helyes használata az élet számos területén (nem csak a matematikában) fontos.

Az érettségiig szükség van a valós számkör biztos ismeretére, az e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazására is. A tananyag különböző fejezeteiben a számításoknál fontos a zsebszámológép, a számítógép biztos használata, a számítógép alkalmazása.

A függvények ábrázolása koordináta-rendszerben és a legjellemzőbb függvénytulajdonságok ismerete a természettudományos tárgyak megértése és különböző gyakorlati problémák megoldása érdekében kiemelkedően fontos.

Mai látásunk szerint az élet sok területén (természettudomány, társadalomtudomány, közgazdaságtan) statisztikus törvényekkel írhatók le jól a jelenségek. Ezért hangsúlyossá vált a valószínűség-számítás és a statisztika alapelemeinek megismertetése. Ezen ismeretek rendszerező összefoglalására ennek a korosztálynak az általános szellemi érettsége ad lehetőséget.

A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban is elengedhetetlen. A koordináta-geometria ismételtek a matematika különböző területeinek összefüggéseit, s így a matematika komplexitását hangsúlyozhatjuk.

El kell jutni ahhoz, hogy a tanulók a különböző témakörökben megismert összefüggéseket feladatokban, gyakorlati problémákban alkalmazzák.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismételtsre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök

	Javasolt óraszámok
	3 óra/hét (93 óra)
1. Összefüggések, függvények, sorozatok	28 óra
2. Geometria	24 óra
3. Rendszerező összefoglalás	41 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 28 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése. A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Sorozat vizsgálata; rekurzió, képletek értelmezése. Ismerethordozók használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A számsorozat fogalma. A függvény értelmezési tartománya a pozitív egész számok halmaza. <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.	Sorozat megadása rekurzióval és képlettel.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	<i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése.	T: Számológép Interaktív tábla TD: Interaktív tábla
Számtani sorozat, az n. tag, az első n tag összege. <i>Matematikatörténet:</i> Gauss.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép Interaktív tábla TD: Interaktív tábla
Mértani sorozat, az n. tag, az első n tag összege.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia, biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> exponenciális folyamatok vizsgálata.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kamatoskamat-számítás.	Modellek alkotása: befektetés és hitel; különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Az egyéni döntés felelőssége: az eladósodás veszélye. Korábbi ismeretek mozgósítása (pl. százalékszámítás). A szövegbe többszörösen mélyen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk és kategóriák azonosítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	<i>Földrajz:</i> a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások. <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés.	T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Számsorozat. Rekurzió. Számtani sorozat, mértani sorozat.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Geometria	Órakeret 24 óra
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla, testmodellek	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúla és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.	A problémához illeszkedő vázlatos ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengerszerű, kúpszerű testek, poliéderek).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgéometriai szimulációs program). <i>Kémia:</i> kristályok.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
A tanult testek felszínének, térfogatának kiszámítása. Gyakorlati feladatok.	A valós problémákhoz modell alkotása: geometriai modell. Ismeretek megfelelő csoportosítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgéometriai szimulációs program).	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Felszín, térfogat.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Rendszerező összefoglalás	Órakeret 41 óra
Előzetes tudás	A középiskolai matematika anyaga.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<i>1. Gondolkodási és megismerési módszerek</i>				
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Allítások logikai értéke. Logikai műveletek.	Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Filozófia:</i> logika - a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, a logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez. <i>Informatika:</i> Egy bizonyos, nemrég történt esemény információinak begyűjtése több párhuzamos forrásból, ezek összehasonlítása, elemzése, az igazságtartalom keresése, a manipulált információ felfedése. Navigációs eszközök használata: hierarchizált és legördülő menük használata.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközjellegű használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Bizonyítási módszerek.	Direkt és indirekt bizonyítás közötti különbség megértése. Néhány tipikusan hibás következtetés bemutatása, elemzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Filozófia:</i> szillogizmusok.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kombinatorika: leszámhlási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal.	Sorbarendeési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok.	Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
<i>2. Számítan, algebra</i>				
Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> alapvető adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási, pénzügyi ismeretek.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Egyenletek és egyenlőtlenségek.	Megoldások az alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz megfelelő kezelésével.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.	Az azonosságok szerepének ismerete, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> képletek használata	T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Az önellenőrzésre való képesség. Önfegyelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös egyenletek. Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Egyszerű exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenletek.	Tanult egyenlet típusok és egyenlőtlenségtípusok önálló megoldása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Elsőfokú és egyszerű másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok.	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>	T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
3. Összefüggések, függvények, sorozatok				
A függvény megadása. A függvények tulajdonságai.	Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
A tanult alapfüggvények ismerete.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Függvénytranszformációk: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$. Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.	Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.	Emlékezés, ismeretek mozgósítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
	Függvények használata valós folyamatok elemzésében. Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	Fizika, kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.	T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
4. Geometria				
Geometriai alapfogalmak, ponthalmazok.		Frontális munka.		TD: Interaktív tábla
Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Számítási feladatok.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám n-esig.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Vektorok alkalmazásai.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Két alakzat közös pontja. <i>Matematikatörténet:</i> nevezetes szerkeszthetőségi problémák.	Geometria és algebra összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<i>5. Valószínűség-számítás, statisztika</i>				
Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás.	Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentőségének megértése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a tartalom értékelése hihetőség szempontjából; a szöveg hitelességével kapcsolatos tartalmi elemek magyarázata; a kétértelmű, többjelentésű tartalmi elemek feloldása; egy következtetés alapját jelentő tartalmi elem felismerése; az olvasó előismereteire alapozó figyelemfelhívó jellegű címadás felismerése.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei.	A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat; biológia-egészségtan:</i> szenvedélybetegségek és rizikófaktor.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz, igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Tételelem, mennyiségi jellemző (távolság, szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.			

Továbbhaladás feltételei

- Ismeri és alkalmazza a tanult halmazműveleteket.
- Képes adott véges halmazok esetén kiszámítani a számosságokat.
- Tud egyszerű (matematikai) szövegeket értelmezni.
- Megfelelően alkalmazza az ítélet fogalmát.
- Egyszerű feladatokban alkalmazza a negáció, konjunkció, diszjunkció műveletét, és ezt össze tudja kapcsolni a halmazműveletekkel.
- Különbséget tud tenni definíció és tétel között.
- Használja és alkalmazza feladatokban a szükséges, az elégséges és a szükséges és elégséges feltételt.
- Tud egyszerű kombinatorikai feladatokat megoldani.
- Tud konkrét szituációkat szemléltetni gráfok segítségével.
- Tud prímtényező felbontás és a tanult oszthatósági szabályok alkalmazásával egyszerű feladatokat megoldani.
- Ismeri a való számkör felépítését.
- Ismeri és használja a hatványozás azonosságait.
- Ismeri és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát és azonosságait.
- Tud algebrai kifejezésekkel műveleteket végezni.
- Felismeri az egyenes és fordított arányosságot, jól alkalmazza a százalékszámítást.
- Algebrai és grafikus módon is tud első- és másodfokú egyenleteket, egyenlőtlenségeket, valamint elsőfokú egyenletrendszereket megoldani.
- Képes nagyon egyszerű abszolútértékes, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenleteket megoldani.
- Tud értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni és adatokat leolvasni a grafikonról.
- Képes jellemezni grafikonnal megadott egyszerű függvényeket.
- Ki tudja számítani számtani, illetve mértani sorozat tagjait és részletösszegeit.
- Helyesen alkalmazza feladatokban a térelemek távolságára és szögére vonatkozó definíciókat.
- Felismeri és használja feladatokban a különböző alakzatok szimmetriáit.
- Ismeri a háromszög oldalai és szögei közötti összefüggéseit, a háromszög nevezetes vonalait és pontjait.
- Képes alkalmazni a Thalész- és a Pitagorasz-tételt.
- Ismeri a négyszögek fajtáit és tulajdonságait.
- Helyesen alkalmazza a tanult kerület-, terület-, felszín- és térfogat-számítási képleteket egyszerű feladatokban.
- Képes háromszögek hiányzó adatainak kiszámítására szögfüggvények, illetve szinusz- és koszinusztétel segítségével.
- Érti a vektor koordinátáinak fogalmát.
- Jól tudja különböző adatokból az egyenes és a kör egyenletét felírni.
- Képes egyenesek metszéspontját kiszámolni.
- Képes statisztikai adatokat rendezni, grafikonon ábrázolni, adott diagramról információt kiolvasni.
- Meg tudja határozni konkrét adatsokaság móduszát, mediánját, aritmetikai átlagát.
- Képes adathalmazokat összehasonlítani statisztikai mutatók segítségével.

- Egyszerű feladatokban jól alkalmazza a klasszikus valószínűség-számítási modellt.

A fejlesztés várt eredményei a 11-12. évfolyamos ciklus végén

Gondolkodási és megismerési módszerek

- A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása.
- A gráfok eszközjellegű használata problémamegoldásban.
- Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése.
- Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben.
- A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából.
- A szöveghez illő matematikai modell elkészítése.
- A tanulók a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani
- A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban is.

Számтан, algebra

- A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete.
- A logaritmus fogalmának ismerete.
- A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából.
- Egyszerű exponenciális és logaritmusos egyenletek felírása szöveg alapján, az egyenletek megoldása, önálló ellenőrzése.
- A mindennapok gyakorlatában szereplő feladatok megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával.
- Számológép értelmes használata a feladatmegoldásokban.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- Trigonometrikus függvények értelmezése, alkalmazása.
- Függvénytranszformációk végrehajtása.
- Exponenciális függvény és logaritmusfüggvény ismerete.
- Exponenciális folyamatok matematikai modelljének megértése.
- A számtani és a mértani sorozat összefüggéseinek ismerete, gyakorlati alkalmazások.
- Az új függvények ismerete és jellemzése kapcsán a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról.

Geometria

- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében.
- A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.
- A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.
- Hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.
- Két vektor skaláris szorzatának ismerete, alkalmazása.
- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete, alkalmazása.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.

- A valószínűség matematikai fogalma.
- A valószínűség klasszikus kiszámítási módja.
- Mintavétel és valószínűség.
- A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni.
- Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.

Összességében

- A matematikai tanulmányok végére a matematikai tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.
- Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.
- Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni.
- Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.
- Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.
- A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.
- A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.
- A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.

A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek a matematika alapvető kultúrtörténeti ismereteivel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.

11. évfolyam – emelt szint

Célok és feladatok

A 11. évfolyamon tovább kell folytatni a tanulók kombinatív készségének fejlesztését, a feladatmegoldásban a minél többféle megoldási mód keresésének ösztönzését, a bizonyítás iránti igény mélyítését. Ezen az évfolyamon elvárható a pontos fogalomalkotásra való törekvés. Fontos cél a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességének továbbfejlesztése is.

A 11. évfolyam témakörei lehetőséget biztosítanak arra, hogy a tanulók becsléseket végezzenek, és a becsléseiket összevessék a számításokkal. Különösen az algebrai számítások adnak rá jó lehetőséget, hogy az önellenőrzés igényét felkeltsük, továbbfejlesszük. Több terület (egyenletek, egyenletrendszerek, szöveges feladatok, függvények, geometria) összetettebb feladatai is igénylik a tervszerű munka végzését.

A különböző transzformációk, a koordináta-geometria egyes területei, valamint bizonyos geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel is jó lehetőséget adnak arra, hogy felismertessük az összefüggéseket a matematika különböző területei között. Több lehetőség is kínálkozik arra (egyenletek, függvények, vektorok stb.), hogy bemutassuk a fizika és a matematika szoros kapcsolatát, miközben a legkülönbözőbb területen van lehetőségünk a gyakorlati problémák matematizálására, a modellalkotásra (lásd például a gráfok). Szinte minden témakörben alkalmunk van a zsebszámológép alkalmaztatására, és igen gyakran tudjuk a számítógépet is segítségül hívni a feladatok megoldásához, az adatok, problémák gyűjtéséhez (lásd például statisztikai adatok), a véletlen jelenségek vizsgálatához, a megoldások prezentációjához.

A geometria több területe is alkalmas az esztétikai érzék fejlesztésére.

Elengedhetetlen az elemi függvények ábrázolása koordináta-rendszerben és a legfontosabb függvénytulajdonságok meghatározása nemcsak a matematika, hanem a természettudományos ismeretek megértése miatt, különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

Az analízis témaköreinek elsajátítása az absztrakciós, szintetizáló és képességet növeli és egyben biztosítja az elméleti és gyakorlati alapot a későbbi sikeres felsőoktatási tanulmányokhoz.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismételésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök

	Javasolt óraszámok
	5 óra/hét (180 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	16 óra
2. Számтан, algebra	50 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei	54 óra
4. Geometria	46 óra
5. Valószínűség, statisztika	14 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret javasolt óraszám 16 óra (folyamatosan)
Előzetes tudás	Sorbarendezési, leszámhlási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak. Halmazműveletek, részhalmaz, halmazok számossága. A matematikában, illetve a számítástechnikában korábban szereplő algoritmusok ismerete.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A tanult bizonyítási módszerek reprodukálása, egyszerű bizonyítási feladatok önálló megoldása. A matematikai logika elemeinek alkalmazása a feltételek, következtetések megfogalmazásánál, a bizonyítási módszereknél. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek és azok modellalkotásra való felhasználása a matematika különböző területein. A teljes indukció lényegének megértése, alkalmazása. Dedukciós képesség fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneshközök
Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel. <i>Matematikatörténet:</i> magyar vonatkozású ismeretek.	Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Fokszámok összege és az élek száma közötti összefüggés. <i>Matematikatörténet:</i> Euler.	Modell alkotása valós problémához: gráf-modell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Teljes indukció	A teljes indukció lényegének megértése, alkalmazása.	Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Binomiális együtthatók.	Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztása jelentőségének felismerése a matematikában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Ismétlés nélküli és ismétléses permutáció, variáció, ismétlés nélküli kombináció. <i>Matematikatörténet: Erdős Pál.</i>	A permutáció, variáció, kombináció fogalmainak megkülönböztetése, alkalmazásuk összetett feladatokban. Eljárások, jelölések használata, összetett kombinatorikai feladatok megoldásánál is.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
A binomiális tétel. Pascal-háromszög és tulajdonságai. Halmaz, részhalmaz elemeinek száma.	A binomiális tétel szerepének megmutatása különböző alkalmazásokban. A Pascal-háromszög képzési szabályainak felfedezése a tulajdonságok bizonyítása. Többféle bizonyítási módszer alkalmazása halmazok elemszámának igazolására.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Szükséges feltétel, elégséges feltétel, szükséges és elégséges feltétel.	A bizonyításokban az ÉS, a VAGY, a NEM, a KÖVETKEZIK, az AKKOR ÉS CSAK AKKOR stb. szavak, kifejezések helyes alkalmazása.	Frontális munka.		
Univerzális és egzisztenciális kvantor.	A kvantorok pontos fogalmának kialakítása, szerepének felismerése pl. analízis témakörben.	Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Skatulyaelv. Logikai szita.	Szétválogatás különböző szempontok szerint, e szempontok egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Különböző konkrét matematikai játékok algoritmusai.	Egyszerű játékalgoritmusok megismerése, elkészítése, illetve kész algoritmusok értelmezése, elemzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Teljes indukció. Univerzális és egzisztenciális kvantor. Permutáció, variáció, kombináció. Skatulyaelv, logikai szita. Binomiális együttható.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számtan, algebra	Órakeret javasolt óraszám 50 óra
Előzetes tudás	Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma. Racionális, irracionális számok. Abszolút érték. Négyzetgyök.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztése követelményeinek megértése. Függvénytulajdonságok alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás, periodicitás). Diskussziós képesség fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Paraméteres első- és másodfokú egyenletek.	Műveletek biztos elvégzése betűkifejezésekkel. Diskusszió elvégzése, szükségességének felismerése	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Magasabbfokú egyenletek: – másodfokúra visszavezethető; – recipro; – szimmetrikus.	A különböző egyenletmegoldási módszerek felismerése. Ekvivalens lépések vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Abszolút értékes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása.	A tanult ismeretek felhasználása összetett egyenleteknél. Grafikus megoldási módszer felelevenítése és alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Összetettebb gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása.	Biztos algebrai átalakítások elvégzése. Hamis gyökök kiszűrése. A megoldások ellenőrzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Két- és háromismeretlenes lineáris egyenletrendszerek. Kétismeretlenes lineáris paraméteres egyenletrendszer.	Új módszerek megismerése. A megoldások számának vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Másodfokú egyenletrendszerek.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Egyenletmegoldás különböző módszerek segítségével (értelmezési tartomány, értékészlet-vizsgálat, monotonitás ...).	A tanult módszerek együttes alkalmazása összetett feladatoknál.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Hatványazonosságok igazolása. Az $a^n - b^n$, illetve az $a^{2k+1} + b^{2k+1}$ kifejezések szorzattá alakítása.	Azonosságok felhasználása összetett oszthatósági feladatok megoldásában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Polinomok osztása. Oszthatósági feladatok.	Polinomok osztása algoritmusának ismerete. A tanult ismeretek felidézése és alkalmazása új problémamegoldási szituációban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Nevezetes közepek és közöttük lévő relációk ismerete n elem esetén.	A megismert összefüggések alkalmazása egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok megoldásában. Számtani és mértani közép közötti összefüggés igazolása két pozitív szám esetén.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
n -edik gyök. A négyzetgyök fogalmának általánosítása.	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén.	Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanencia-elv alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Irracionális kitevőjű hatvány szemléletes értelmezése.	A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, a sorozat határértékének felhasználása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek.	Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák – demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás.	T: Számológép
A logaritmus értelmezése. <i>Matematikatörténet:</i> A logaritmussal való számolás szerepe (például a Kepler-törvények felfedezésében).	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Zsebszámológép használata, táblázat használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A logaritmus azonosságainak bizonyítása és alkalmazása.	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Logaritmikus egyenletek, egyenlőtlenségek.	Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értéksökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Exponenciális és logaritmikus egyenletrendszerek.	A már tanult gondolatmenet panelként történő felhasználása új helyzetben.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Pitagorasz-i összefüggés egy szög szinusza és koszinusza között. Összefüggés a szög és a mellékszöge szinusza, illetve koszinusza között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként.	A trigonometrikus azonosságok megértése, alkalmazása. Függvénytáblázat használata feladatok megoldásában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Trigonometrikus egyenletek. Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák. Azonosság alkalmazását igénylő egyszerű trigonometrikus egyenlet.	A problémához hasonló egyszerű probléma keresése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	Fizika: rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Tan eszközök
A tanult azonosságok (pl. addíciós tételek) alkalmazását igénylő trigonometrikus egyenletek.	Az egyenletek megoldásának megadása a valós számkörben. Periodikus függvényt szerepeltető egyenletekben a végtelen sok gyök ellenőrzési módjának megismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Egyszerű trigonometrikus egyenlőtlenségek.	Egységkör és a trigonometrikus függvény grafikonjának felhasználása a megoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Az n -edik gyök. Racionális és irracionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus. Paraméter. Harmonikus, négyzetes, mértani és számtani közép.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei	Órakeret javasolt óraszám 54 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyökök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszőg szögfüggvényeinek értelmezése. Egyenlőtlenségek megoldása. Intervallumok. Ívmérték. Érintő, iránytangens. Vektorok, bázisrendszer.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Ismerethordozók használata. Pénzügyi alapismeretek elsajátítása. Az egyéni döntés felelősségének felismerése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények (sin, cos, tg).	A kiterjesztés szükségességének, alapgondolatának megértése. Időtől függő periodikus jelenségek kezelése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram. <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.	T: Számológép TD: interaktív tábla
A trigonometrikus függvények transzformációi: $f(x) + c$, $f(x + c)$; $cf(x)$; $f(cx)$; $c \cdot f(ax + b) + d$.	Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.	TD: interaktív tábla
Hatványfüggvények.	Függvényábrázolás, függvényjellemezés, függvénytranszformációk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla
Az exponenciális függvények.	Függvényábrázolás, függvényjellemezés, függvénytranszformációk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.	Modellek alkotása (függvény-modell): a lineáris és az exponenciális növekedés / csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban (például: népesség, energiafelhasználás, járványok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz:</i> a társadalmi-gazdasági tér szerveződése és folyamatai.	
A logaritmusfüggvények vizsgálata. Logaritmusfüggvények grafikonja, jellemzésük.	Függvényábrázolás, függvényjellemezés, függvénytranszformációk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
A logaritmusfüggvény mint az exponenciális függvény inverze. Függvénynek és inverzének a grafikonja a koordináta-rendszerben	Függvény és inverze grafikonjának ábrázolása a koordináta-rendszerben.	Frontális munka.		
Összetett függvények értelmezése.	Példa nem kommutatív tulajdonságú műveletre.	Frontális munka		
Függvények folytonossága az értelmezési tartomány egy pontjában, egy intervallumon, illetve az értelmezési tartományának minden pontjában.	Függvények folytonosságának megállapítása a grafikonjuk segítségével, szemléletesen.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Függvények – véges helyen vett véges; – véges helyen vett végtelen; – végtelenben vett véges; – végtelenben vett végtelen határértéke. A $\frac{\sin x}{x}$ függvény határértéke a nulla pontban.	A függvények határértékének szemléletes fogalma, pontos definíciói. A határérték és a folytonosság kapcsolatának megértése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Függvények differenciálhatósága. A derivált függvény. Konstans függvény, hatványfüggvény, trigonometrikus függvények deriválása.	A különbséghányados függvény és határértékének szemléletes bemutatása az érintő vagy a gyorsuló mozgást végző test pillanatnyi sebességének meghatározása segítségével. A felsorolt függvények deriválásának biztos tudása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgások, rezgőmozgás.	
Műveletek differenciálható függvényekkel.	Összeg-, szorzat-, hányados- és összetett függvények deriváltja.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
A differenciálszámítás függvénytani alkalmazása.	Érintő egyenletének felírása, függvénydiszkusszió (függvények monotonitása, szélsőértéke, konvexitása). Gyakorlati szélsőérték-problémák megoldása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A számsorozat fogalma. <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.	Sorozat megadása rekurzióval és képlettel. Sorozatok ábrázolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	<i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése.	T: interaktív tábla
Sorozatok tulajdonságai: korlátosság, monotonitás.	Definíciók pontos ismerete. Konkrét sorozatok tulajdonságainak megsejtése a szemlélet útján, illetve ezek bizonyítása a definíciók felhasználásával.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Konvergens sorozatok. Egy adott pont r sugarú környezete. Küszöbszám kiszámítása.	A sorozat határértékének definíciója. Konvergens, tágabb értelemben vett konvergens és divergens sorozatok vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Konvergenca, monotonitás és korlátosság kapcsolata.	Sorozatok tulajdonságainak megállapítása alkalmas tételek felhasználásával. Szükséges és elégséges feltétel felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Műveletek konvergens sorozatokkal.	Sorozatok összegének, különbségének, szorzatának, hányadosának konvergenciája és határértéke – bizonyítás, meghatározás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Nevezetes sorozatok határértéke.	q^n és $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ sorozatok határértékének megsejtése és ismerete.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Cantor-axióma. <i>Matematikatörténet:</i> axióma és tétel közötti különbség.	Az axióma nyújtotta lehetőségek megismerése: az irracionális számok megalkotása, vagy terület- és térfogatszámításnál összefüggések bizonyítása.	Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: interaktív tábla
Számtani sorozat, az n . tag, az első n tag összege. Számtaniközép-tulajdonság. <i>Matematikatörténet:</i> Gauss.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: interaktív tábla
Mértani sorozat, az n . tag, az első n tag összege. Mértaniközép-tulajdonság.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> exponenciális folyamatok vizsgálata.	T: Számológép
Végtelen mértani sor. <i>Matematikatörténet:</i> Zénon-paradoxonok. Pl. Arisztotelész, Viète, Fejér Lipót, Riesz Frigyes eredményei a matematikának ezen a területén.	A végtelen mértani sor összegének meghatározása és alkalmazása geometriai feladatokban, szakaszos tizedes törtek közönséges törtté alakításában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	<i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek; filozófia:</i> az emberi megismerés lehetőségei, a tapasztalat és a tudomány összhangja. A tudomány fejlődése.	T: Számológép interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kamatos kamatszámítás, pénzügyi alapfogalmak (tőkésítés, kamat, kamatperiódus, EBKM, gyűjtőjáradék, járadék, hitel, törlesztőrészlet, THM, diákhitel).	A problémához illeszkedő matematikai modell választása. A tanult ismeretek mozgósítása (logaritmus, százalékszámítás). Szövegértés fejlesztése: a szövegbe többszörösen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk azonosítása és összekapcsolása. Különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Információk keresése és értelmezése különböző egyéni pénzügyi döntésekkel kapcsolatban (befektetés, hitel). Az egyéni döntés felelősségének belátása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Földrajz:</i> a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Szinuszfüggvény, koszinuszfüggvény, tangensfüggvény. Exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. Exponenciális folyamat. Számsorozat. Rekurzió. Számítási sorozat, mértani sorozat. Végtelen mértani sor. Korlátos sorozat, monoton sorozat, konvergens sorozat, divergens sorozat, küszöbszám. Axióma. Függvények folytonossága, határértéke. Derivált függvény, különbségi hányados. Tőkésítés, kamat, kamatperiódus, EBKM, gyűjtőjáradék, járadék, hitel, törlesztőrészlet, THM, diákhitel.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret javasolt óraszám 46 óra
Előzetes tudás	Tételek távolsága, hajlásszöge. Középpontos hasonlóság és tulajdonságai. A hasonlósági transzformáció és tulajdonságai. Arányossági tételek a háromszögben. Szögek ívmértéke. Arányossági tételek a körben. Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület kiszámítása. Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása új helyzetben. A tanult ismeretek alkalmazása sejtések, érvelések, indoklások megfogalmazásában, bizonyításban, cáfolásban. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Tananyagok
Kerületi és középponti szögek fogalma és tételei.	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak jegyzése, következtetések levonása.	Frontális munka		TD: Interaktív tábla
Párhuzamos szelők tétele, szelőszakaszok tétele, egy speciális esetének megfordítása. Szakasz arányos osztása.	Gondolatmenet megfordíthatóságának felismerése, belátása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Szögfelezőtétel.		Frontális munka		
Húrnégyszögek és érintő-négyszögek definíciója, tételei.	Négyszögek osztályozása, különbségek, azonosságok tudatosítása. Szükséges és elégséges feltételek megtalálása.	Frontális munka	Vizuális kultúra: építészet.	TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A merőleges vetítés.	Képi emlékezés gyakorlása. A megszerzett ismeretek alkalmazása összetettebb problémákban. Azonosságok és különbségek megfogalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Szakasz merőleges vetületének hossza.	Szögfüggvények alkalmazása a meghatározás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Szinusztétel, koszinusztétel.	Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel). Háromszögek, négyszögek, térbeli alakzatok hiányzó adatainak meghatározása. A kapott eredmények vizsgálata, valóságtartalmának ellenőrzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> vektor felbontása adott állású összetevőkre. <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.	T: Számológép
A háromszög területképleteinek ismerete és bizonyítása: – két oldal és az általuk közbezárt szög szinusza; – egy oldal és a rajta fekvő két szög szinusza; – oldalak és a körülírt kör sugara.	A tanult bizonyítási módszerek és képletek alkalmazása sokszögek adatainak, területének meghatározásakor. Problémamegoldás során a lényeges és lényegtelen adatok szétválasztása. Elemezhető ábra készítése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Vektorműveletek, vektorfelbontások, vektorkoordináták ismételése. Bázisvektorok, bázisrendszer. Vektor hossza. Helyvektorok, szabadvektorok.	Rajzolt és tárgyi jelek értelmezése. Ugyanazon probléma többféle megoldási vetületének meglátása. Átkódolás különböző modellek között.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> vektormennyiségek (pl. erő, sebesség, térerősség).	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Skaláris szorzat definíciója, műveleti tulajdonságai.	A művelet újszerűségének felfedezése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> munka, elektromosságtan.	
Párhuzamos és merőleges vektorok skaláris szorzata. Skaláris szorzat kiszámítása a vektorok koordinátaiból. Vektor $\pm 90^\circ$ -os elforgatottjának koordinátái.	Szükséges és elégséges feltétel felismerése. Bizonyítás során egyszerű gondolatmenet követése, megfordítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Műveletek vektorok koordinátaival. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.	Műveleti tulajdonságok vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> vektorgrafikus ábrázolás.	T: Számológép
A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának, adott arányú osztópontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái.	Képletek értelmezése, alkalmazása. Ismeretek alkalmazása újabb ismeretek megszerzésében, sejtések, indoklások megfogalmazásában. A levezetésekben tanult módszer elsajátítása. Kapcsolat felfedezése az elemi geometria és az algebra között.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> hely megadása.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Két pont távolsága, a szakasz hossza.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az irántangens fogalma, összefüggések közöttük.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értéke, használata. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Íránytangens és az egyenes meredeksége.	Függvények és a koordináta-geometria kapcsolata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Egyenesek párhuzamosságának és merőlegességének koordináta-geometriai feltételei.	Szükséges és elégséges feltétel. Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Egyenes normálvektoros, illetve irányvektoros egyenlete. Két ponton átmenő egyenes egyenlete. Az egyenes egyenletének iránytényező alakja.	Az egyenes egyenletének levezetése különböző kiindulási adatokból. Régebbi ismeretek felhasználása a bizonyítás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép
Két egyenes metszéspontja.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Pont és egyenes távolsága (két párhuzamos egyenes távolsága).	Definíciókra való emlékezés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Adott középpontú és sugarú kör egyenlete.	A kör egyenletének levezetése. Geometria és algebra összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet.	Paraméteres másodfokú kétismeretlenes egyenlet vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Kör és egyenes kölcsönös helyzete.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép TD: Interaktív tábla
A kör egy adott pontjában húzott érintője.	A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában. Geometriai ismeretek mozgósítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Külső pontból körhöz húzott érintő egyenletének felírása.	A megoldás keresése többféle módszerrel (Thalész-tétel, diszkrimináns vizsgálata).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Két kör kölcsönös helyzetének meghatározása a középpontok koordinátaiból és a sugarakból, érintkező körök. Egymást metsző körök metszéspontjainak meghatározása. A másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása és a metszéspontok számának kapcsolata.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Parabola definíciója, jellemzői (fókuszpont, vezéregyenes, paraméter, tengelypont, szimmetriatengely).	Parabolapontok szerkesztése. A jellemző adatok értelmezése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A koordinátatengelyekkel párhuzamos tengelyű parabola egyenlete.	Másodfokú kétismeretlenes egyenlet átalakítása az alakzat adatainak meghatározásához. Az alakzatok egyenletének levezetése speciális esetben (tengelyponti egyenlet).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Parabola érintője.	Az érintő fogalmának pontosítása. Régebbi ismeretek mozgósítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Egyenlettel, egyenlőtlenséggel megadott pontthalmazok vizsgálata.	Ponthalmazok metszetének meghatározása koordinátarendszerben. Az algebra és a geometria összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Lineáris programozás elemei.	Az egyenes egyenletének alkalmazása matematikai és gyakorlati jellegű feladatokban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram használata).	T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Szinusz, koszinusz, tangens. Bázisvektor, bázisrendszer, helyvektor, szabadvektor. Skaláris szorzat. Egyenes, kör, parabola egyenlete. Terület. Kerületi szög, középponti szög. Normálvektor, irányvektor, parabola, fókuszpont, vezéregyenes. Húrnégyszög, érintőnégyszög.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret javasolt óraszám 14 óra
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek értelmezése az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Eseményekkel végzett műveletek. Példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre. Elemi események. Események előállítása elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Logikai műveletek, halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> folyamatok, kapcsolatok leírása logikai áramkörökkel.	
Véletlen esemény, valószínűség.	A véletlen kísérletekből számított relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolatának belátása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
A valószínűség klasszikus modellje. A valószínűségszámítás axiómái. <i>Matematikatörténet:</i> Rényi: Levelek a valószínűségről.	A modell és a valóság kapcsolatának vizsgálata. A matematika épülésének elvei, az axiómákra alapuló tételek és bizonyításuk megértése, reprodukálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A binomiális és hipergeometrikus eloszlás. Visszatevése és visszatevés nélküli mintavétel.	A problémához illeszthető modell választása. Az adott eloszlások szórásának, várható értékének vizsgálata konkrét példákon keresztül.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevése mintavétel esetén. Visszatevés nélküli mintavétel. Reprezentatív mintavétel.	Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényegének megértése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> választások.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem, szórás. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal.	A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedezése. Közzvélemény-kutatás, minőségellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Valószínűség. Klasszikus valószínűségi modell. Szórás. Binomiális eloszlás, hipergeometrikus eloszlás.			

Továbbhaladás feltételei

- Képes egyszerű kombinatorikai feladatok megoldására.
- Ismeri a gráf szemléletes fogalmát, képes egyszerű alkalmazásokra.
- Biztonsággal alkalmazza a hatványozás azonosságait egész kitevő esetén.
- Ismeri a logaritmus fogalmát, jól alkalmazza az azonosságokat egyszerűbb esetekben.
- Képes megoldani egyszerű exponenciális, logaritmusos és trigonometrikus egyenleteket.
- Tájékozott az alapfüggvények grafikonjait és legfontosabb tulajdonságait (értelmezési-tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték) illetően.
- Ismeri és alkalmazza a vektorműveleteket (összeadás, kivonás, skalárral való szorzás).
- Alkalmazza a szinusztételt és a koszinusztételt a háromszög hiányzó adatainak meghatározására.
- Képes vektorok koordinátaival számolni.
- Ki tudja számolni szakasz felezőpontjának koordinátáit.
- Fel tudja írni a kör középponti egyenletét.
- Ismeri és alkalmazza az egyenes (egy szabadon választott) egyenletét.
- Meg tudja határozni két egyenes metszéspontjának koordinátáit.
- Tudja vizsgálni kör és egyenes kölcsönös helyzetét.
- Képes valószínűségi feladatok megoldására.
- Ismeri és megfelelően alkalmazza a binomiális és a hipergeometriai elosztást.
- Ismeri a mértani és számtani sorozat és a mértani sor tulajdonságait.
- Ismeri a sorozatokkal kapcsolatos jellemző fogalmakat. Tud sorozat határértéket meghatározni.
- Ismeri a függvény folytonosság és differenciálhatóság fogalmát. Alkalmazza a deriválási szabályokat.
- Képes a differenciálszámítás alapelemeivel függvények ábrázolására és jellemzésére.

12. évfolyam – emelt szint

Célok és feladatok

A 12. évfolyam fő feladata matematikából a tanult ismeretek több szempontú rendszerezése, felkészülés az érettségire. Ennek érdekében szükséges a matematika különböző területei közti összefüggéseinek tudatosítása, az absztrakciós készség fejlesztése, a deduktív gondolkodás továbbfejlesztése.

A középiskolai tanulmányok végére a korábban szemléletesen, tevékenységek segítségével kialakított fogalmaknak meg kell erősödniük, egyes fogalmakat pontosan kell definiálni, általánosítani. Meg kell ismertetni a tanulókat a matematika axiomatikus felépítésének elvével.

A következtetési, a bizonyítási készség fejlesztése hangsúlyos ennél a korosztálynál. A „ha ..., akkor ...”, az „akkor és csak akkor” helyes használata az élet számos területén (nem csak a matematikában) fontos.

A függvények ábrázolása koordináta-rendszerben és a legjellemzőbb függvénytulajdonságok ismerete a természettudományos tárgyak megértése és különböző gyakorlati problémák megoldása érdekében kiemelkedően fontos.

Mai látásunk szerint az élet sok területén (természettudomány, társadalomtudomány, közgazdaságtan) statisztikus törvényekkel írhatók le jól a jelenségek. Ezért hangsúlyossá vált a valószínűségszámítás és a statisztika alapelemeinek megismertetése. Ezen ismeretek rendszerező összefoglalására ennek a korosztálynak az általános szellemi érettsége ad lehetőséget.

A sík- és téreometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógias gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban is elengedhetetlen. A koordináta-geometria ismételtek a matematika különböző területeinek összefüggéseit, s így a matematika komplexitását hangsúlyozhatjuk.

Az analízis témaköreinek elsajátítása az absztrakciós, szintetizáló és képességet növeli és egyben biztosítja az elméleti és gyakorlati alapot a későbbi sikeres felsőoktatási tanulmányokhoz.

El kell jutni ahhoz, hogy a tanulók a különböző témakörökben megismert összefüggéseket feladatokban, gyakorlati problémákban alkalmazzák.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismételésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök

	Javasolt óraszámok
	5 óra/hét (155 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	7 óra
2. Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei	34 óra
3. Geometria	34 óra
4. Valószínűség, statisztika	15 óra
5. Rendszerező összefoglalás	65 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret javasolt óraszám 7 óra (folyamatosan)
Előzetes tudás	Sorbarendezési, leszámhlási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak. Halmazműveletek, részhalmaz, halmazok számossága. A matematikában, illetve a számítástechnikában korábban szereplő algoritmusok ismerete. A matematikai logika elemeinek alkalmazása a feltételek, következtetések megfogalmazásánál, a bizonyítási módszereknél. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek és azok modellalkotásra való felhasználása a matematika különböző területein.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A tanult bizonyítási módszerek reprodukálása, egyszerű bizonyítási feladatok önálló megoldása. A teljes indukció lényegének megértése, alkalmazása. Dedukciós képesség fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Tananyagok
Teljes indukció. n tagú összegek zárt formában való felírása, oszthatósági feladatok.	n tagú összegek zárt formában való felírásának megsejtése és bizonyítása, oszthatósági feladatok bizonyítása. A sejtés szerepének felismerése egy állítás megfogalmazásában. Egyes esetekből következtetés az általánosra.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Szükséges feltétel, elégséges feltétel, szükséges és elégséges feltétel.	A bizonyításokban az ÉS, a VAGY, a NEM, a KÖVETKEZIK, az AKKOR ÉS CSAK AKKOR stb. szavak, kifejezések helyes alkalmazása.	Frontális munka		
Univerzális és egzisztenciális kvantor.	A kvantorok pontos fogalmának kialakítása, szerepének felismerése pl. analízis témakörben.	Frontális munka		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Teljes indukció. Univerzális és egzisztenciális kvantor.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei	Órakeret javasolt óraszám 34 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszőg szögfüggvényeinek értelmezése. Egyenlőtlenségek megoldása. Intervallumok. Ívmérték. Érintő, iránytangens. Vektorok, bázisrendszer. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. Pénzügyi alapismeretek. Az egyéni döntés felelősségének.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Alsó és felső közelítő összeg. A határozott integrál definíciója és tulajdonságai. A határozott integrál és a terület kapcsolata. <i>Matematikatörténet:</i> Riemann munkássága.	Beírt és körülírt téglalapok területének összegzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép interaktív tábla TD: interaktív tábla
Az integrálfüggvény értelmezése.	A differenciálhányados és az integrál közötti kapcsolat felfedezése.	Frontális munka.		
A primitív függvény és a határozatlan integrál fogalma és tulajdonságai.	Alapintegrálok megsejtése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Integrálási módszerek.	Módszer megismerése az $f(ax+b)$ és az $f^n(x) \cdot f'(x)$ alakú függvények integrálására.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Newton–Leibniz tétel. <i>Matematikatörténet:</i> Newton munkássága.	A határozott integrál kiszámítása és alkalmazása területszámításra, térfogatszámításra.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás, harmonikus rezgőmozgás, a végzett munka.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Alsó közelítő összeg, felső közelítő összeg, határozott integrál, határozatlan integrál, integrálfüggvény, primitív függvény.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Geometria	Órakeret javasolt óraszám 34 óra
Előzetes tudás	Tételek távolsága, hajlásszöge. Középpontos hasonlóság és tulajdonságai. A hasonlósági transzformáció és tulajdonságai. Arányossági tételek a háromszögben. Szögek ívmértéke. Arányossági tételek a körben. Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla, testmodellek	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: terület, felszín és térfogat kiszámítása. Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása új helyzetben. A tanult ismeretek alkalmazása sejtések, érvelések, indoklások megfogalmazásában, bizonyításban, cáfolásban. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Tananyagok
Síkidomok terület- és térfogatszámításának eddig tanult részeinek áttekintése. (Háromszögek, négyszögek, kör és részei.)	Képi emlékezés, ismeretek felidézése. Képzeletben történő mozgás, átdarabolás, szétvágás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> terület, kerület meghatározás. <i>Földrajz:</i> térképkészítési elvek, felszínszámítás.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúla és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.	A problémához illeszkedő ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengerszerű, kúpszerű testek, poliéderek). Térbeli viszonyok, testek ábrázolási lehetőségei síkban. A tényleges alkotás összevetése az elképzeléssel. Képi emlékezés. Megfigyelés adott tulajdonság szerint.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Vizuális kultúra:</i> axonometria. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram). <i>Kémia:</i> kristályok. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> a mindennapjainkban előforduló térbeli alakzatok modellje, absztrakciója.	T: számológép TD: interaktív tábla testmodellek
Felszín- és térfogatszámítás eddig tanult részeinek áttekintése. <i>Matematikatörténet:</i> Cavalieri, Archimédész, piramisépítés.	Testháló összehajtásának, szétvágásának elképzelése, különféle síkmetszetek lerajzolása. Adott tárgy több nézőpontból való elképzelése, vetületek megrajzolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> térfogat- és felszínszámítás.	T: Számológép
Csonkagúla, csonkakúp felszíne és térfogata.	A középpontos hasonlóság tulajdonságainak felhasználása a képletek levezetésénél.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
A gömb felszíne és térfogata.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Egymásba írt testek felszínének, térfogatának vizsgálata. Térgeometriai ismeretek alkalmazása.	Térgeometria mindennapjainkban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Biológia-egészségtan:</i> vérkeringéssel kapcsolatos számítási feladatok.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Csonkagúla, csonkakúp. Gömb. Merőleges vetítés.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Valószínűség, statisztika	Órakeret javasolt óraszám 15 óra
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek. Műveletek az események között.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Geometriai valószínűség.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Feltételes valószínűség. Független események. A feltételes valószínűség fogalma példákon keresztül. A Bayes-tétel szemléletes megértése.	A matematika több területének összekapcsolása (halmazok, gráfok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
A valószínűségi változó.	Jelölések megjegyzése, fogalom megértése konkrét példákon keresztül.	Frontális munka.		
A valószínűségi változó várható értéke, szórása.	A várható érték, szórás szerepének belátása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Nagy számok törvényének szemléletes tartalma. <i>Matematikatörténet:</i> Bernoulli.	A matematika és a valóság kapcsolatának bemutatása példákon keresztül.	Frontális munka. Tanulói kiselőadás		
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Feltételes valószínűség, függetlenség, függőség, geometriai valószínűség. Valószínűségi változó, várható érték, szórás.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Rendszerező összefoglalás	Órakeret javasolt óraszám 65 óra
Előzetes tudás	A középiskolai matematika anyaga.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla, testmodellek	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Megfelelés az emelt szintű érettségi követelményeknek.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i>				
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.	Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Filozófia:</i> logika – a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez.	TD: interaktív tábla
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközjellegű használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla
Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Bizonyítási módszerek.	Direkt, indirekt bizonyítások, teljes indukció, skatulyaelv alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Tanesszközök
Kombinatorika.	Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok. Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel, műveletek függvényekkel.	Alkalmazás elemzés, problémamegoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
<i>Számтан, algebra</i>				
Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> alapvető adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási, pénzügyi ismeretek.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.	Az azonosságok szerepe, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> képletek használata.	T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneshközök
Egyenletek és egyenlőtlenségek (első- és másodfok, négyzetgyökös, abszolút értéket, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus). Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Megoldáshalmaz.	Alkalmazás feladatmegoldásban, modellalkotásban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Egyenletek és egyenlőtlenségek. Algebrail megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Önellőrzés. Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása (első- és másodfok, abszolút értékes, exponenciális, logaritmikus).	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető, mindennapjainkból vett szöveges feladatok.	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés. Tőrekvés a hatékony, önálló tanulásra.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségta; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>	T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<i>Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei</i>				
A függvény megadása. A függvények tulajdonságai.	Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla
A tanult alapfüggvények ismerete.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.		TD: interaktív tábla
Függvénytranszformációk: $f(x) + c$, $f(x + c)$; $cf(x)$; $f(cx)$, $c \cdot f(ax + b) + d$. Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.	Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla
Differenciálszámítás.	Függvénydiszkusszió, gyakorlati szélsőérték-feladatok.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Integrálszámítás.	Terület- és térfogatszámítási feladatok.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla Testmodellek
Sorozatok és tulajdonságaik.	Sorozatok jellemzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Tanesszközök
Függvények használata valós folyamatok elemzésében.	Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> matematikai modellek.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Geometria				
Geometriai alapfogalmak, pontthalmazok.		Frontális munka.		TD: interaktív tábla
Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.	Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés, bizonyítási módszerek felelevenítése. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Négyszögekre vonatkozó tételek és. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés, bizonyítási módszerek felelevenítése. Alkalmazásuk problémamegoldásban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Körre vonatkozó tételek. Számítási feladatok.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés, bizonyítási módszerek felelevenítése. Alkalmazásuk problémamegoldásban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám n -esig.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép interaktív tábla TD: interaktív tábla
Vektorok alkalmazásai.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla
Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Parabola egyenlete. Két alakzat közös pontja. Görbék érintői. <i>Matematikatörténet:</i> nevezetes szerkeszthetőségi problémák.	Geometria és algebra összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép interaktív tábla TD: interaktív tábla
Szögfüggvények alkalmazása háromszögekben. Forgásszögek.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Kerületszámítás, területszámítás.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A tanult térbeli alakzatok áttekintése.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla Testmodellek
Felszín- és térfogatszámítás.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla Testmodellek

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<i>Valószínűségszámítás, statisztika</i>				
Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás.	Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentősége.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép Számítógép TD: interaktív tábla
Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei. Valószínűségi változók, eloszlások.	A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat; biológia-egészségtan: szenvedélybetegségek és rizikófaktor.</i>	T: Számológép TD: interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz, igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Tételelem, mennyiségi jellemző (távolság, szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.			

Továbbhaladás feltételei

- Ismeri és alkalmazza a tanult halmazműveleteket.
- Képes adott véges halmazok esetén kiszámítani a számosságokat.
- Tud egyszerű (matematikai) szövegeket értelmezni.
- Megfelelően alkalmazza az ítélet fogalmát.
- Egyszerű feladatokban alkalmazza a negáció, konjunkció, diszjunkció műveletét, és ezt össze tudja kapcsolni a halmazműveletekkel.
- Különbséget tud tenni definíció és tétel között.
- Használja és alkalmazza feladatokban a szükséges, az elégséges és a szükséges és elégséges feltételt.
- Tud kombinatorikai feladatokat megoldani.
- Tud konkrét szituációkat szemléltetni gráfok segítségével.
- Tud prímtenyezős felbontás és a tanult oszthatósági szabályok alkalmazásával egyszerű feladatokat megoldani.
- Ismeri a való számkör felépítését.
- Ismeri és használja a hatványozás azonosságait.
- Ismeri és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát és azonosságait.
- Tud algebrai kifejezésekkel műveleteket végezni.
- Felismeri az egyenes és fordított arányosságot, jól alkalmazza a százalékszámítást.
- Algebrai és grafikus módon is tud első- és másodfokú egyenleteket, egyenlőtlenségeket, valamint elsőfokú egyenletrendszereket megoldani.
- Képes nagyon egyszerű abszolút értékes, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenleteket megoldani.
- Tud értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni és adatokat leolvasni a grafikonról.
- Képes jellemezni grafikonnal megadott függvényeket.
- Ki tudja számítani számtani, illetve mértani sorozat tagjait és részletösszegeit.
- Ismeri a sorozatok alapvető jellemzőit, képes konvergens sorozatok határértékét meghatározni.
- Helyesen alkalmazza feladatokban a térelemek távolságára és szögére vonatkozó definíciókat.
- Felismeri és használja feladatokban a különböző alakzatok szimmetriáit.
- Ismeri a háromszög oldalai és szögei közötti összefüggéseit, a háromszög nevezetes vonalait és pontjait.
- Képes alkalmazni a Thalész- és a Pitagorasz-tételt.
- Ismeri a négyszögek fajtáit és tulajdonságait.
- Helyesen alkalmazza a tanult kerület-, terület-, felszín- és térfogat-számítási képleteket, módszereket feladatokban.
- Képes háromszögek hiányzó adatainak kiszámítására szögfüggvények, illetve szinusz- és koszinusztétel segítségével.
- Érti a vektor koordinátáinak fogalmát.
- Jól tudja különböző adatokból az egyenes és a kör egyenletét felírni.
- Képes egyenesek metszéspontját kiszámolni.
- Képes statisztikai adatokat rendezni, grafikonon ábrázolni, adott diagramról információt kiolvasni.
- Meg tudja határozni konkrét adatsokaság móduszát, mediánját, aritmetikai átlagát.
- Képes adathalmazokat összehasonlítani statisztikai mutatók segítségével.
- Feladatokban jól alkalmazza a klasszikus és a geometriai valószínűség-számítási modellt.

A fejlesztés várt eredményei a 11-12. évfolyamos ciklus végén

Gondolkodási és megismerési módszerek

- A permutáció, variáció, kombináció fogalmának, kiszámítási módjának ismerete.
- A direkt és indirekt bizonyítás, a skatulyaelv, a teljes indukció és a logikai szitaformula ismerete és alkalmazása.
- A tételek és megfordításuk megkülönböztetése, megfelelő módon történő alkalmazása. Feltétel és következmény felismerése következtetésben.
- Az ekvivalencia, az implikáció, a konjunkció és a diszjunkció szerepének felismerése az egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldásakor.
- A Pascal-háromszög és képzési szabályának ismerete, n elemű halmaz összes részhalmazának kiszámolása.
- A kvantorok használata állítások, tételek megfogalmazásakor (pl. az analízis fogalmi esetében).
- A gráfokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, s ezek segítségével egyszerűbb feladatok megoldása.
- A tanulók tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani, a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével, és tudják ezeket összetettebb feladatokban is alkalmazni.
- Alkalmazzák a matematikai logikában tanult ismereteiket állítások megfogalmazásában, fogalmak meghatározásakor.
- A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban.
- Tudjanak algoritmusokat értelmezni, s készíteni. Lássák és értsék meg különböző típusú játékok matematikai magyarázatát.
- Az ismeretek elsajátításával, a feladatok megértésével és azok megoldásával alakuljon ki a logikus gondolkodás, pontosságra törekvés. Használják a kreativitásukat és konstruktivitásukat a problémák megoldása során.

Számтан, algebra

- A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete.
- A logaritmus fogalmának ismerete.
- A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak ismerete és alkalmazása.
- Trigonometrikus azonosságok ismerete, és a függvénytáblázat használata.
- Exponenciális és logaritmusos egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldása, önálló ellenőrzése.
- Trigonometrikus egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása.
- A mindennapok gyakorlatában és a tudományban előkerülő problémák megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával.
- Számológép, számítógép célszerű használata a feladatmegoldásokban.
- A tanulók tudják definiálni számok n -edik gyökét, alkalmazni a gyökökre vonatkozó azonosságokat. Készség szinten alkalmazzák a hatványozás és a logaritmus azonosságait. Tudjanak azonosságokat igazolni, s a tanult azonosságokat (pl. az addíciós tételeket) feladatok megoldásában alkalmazni.
- Tudjanak megoldani egyszerűbb paraméteres egyenletet, készség szinten oldjanak meg kétismeretlenes lineáris és másodfokú egyenletrendszert, ismerjék a megoldások számának különböző lehetőségeit. Ismerjék fel, ha magasabbfokú egyenlet megoldását vissza lehet vezetni másodfokúra, és tudják az ilyen egyenleteket megoldani.

- Tudják, hogy a trigonometrikus egyenletnek végtelen sok megoldása is lehet, s tudják, hogy ilyen esetben hogyan állapítható meg a gyökök valódi vagy hamis volta.
- Tudjanak szöveges feladatot leírni az egyenlet nyelvén, a megoldását ellenőrizni. Képesek legyenek szélsőérték-problémákhoz a célszerű matematikai modellt megtalálni.

Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei

- Trigonometrikus függvények értelmezése.
- Függvénytranszformációk alkalmazása.
- Exponenciális, logaritmus, hatványfüggvények ismerete.
- Inverz függvény, összetett függvény felismerése, képzése.
- Exponenciális folyamatok matematikai modellje.
- A differenciálszámítás alkalmazása.
- Az integrálszámítás alkalmazása.
- Sorozatok és tulajdonságaik ismerete.
- A számtani és a mértani sorozat. A végtelen mértani sor fogalmának ismerete, összegének meghatározása speciális esetekben.
- Az új függvények ismerete és jellemzése során a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról.
- Ismerjék a függvény határértékének és folytonosságának fogalmát. Tudják a tanult függvények adott helyhez tartozó határértékét megállapítani. Tudjanak példákat adni folytonos és nem folytonos függvényekre. Ismerjék és értsék a differenciálhányados fogalmát. Tudják, hogy a deriváltfüggvény segítségével hogyan vizsgálható a függvény menete, hogyan lehet meghatározni a függvény lokális szélsőértékeit. Ismerjenek elemi módszereket is a szélsőértékek megállapítására.
- Ismerjék a kétoldali közelítés módszerét. Ismerjék a határozott integrál fogalmát, tulajdonságát, a primitív függvény fogalmát, a Newton-Leibniz tételt, s tudják a felsoroltakat feladatmegoldásokban alkalmazni.
- Tudják a sorozatok tulajdonságait felhasználni a gyakorlati feladatok megoldása során.

Geometria

- A tanuló ismerje, tudja bizonyítani és alkalmazni a kerületi és középponti szögek tételét és megfordítását, a húrnégyszögek tételét, az érintőnégyszögek tételét, ismerje és alkalmazza a párhuzamos szelők tételét.
- A szinusz és koszinusz tétel ismerete, célszerű használata.
- Két vektor skaláris szorzatnak meghatározása.
- Tudja használni a tanuló a vektorokat a koordináta-rendszerben.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, egyenes, kör és a parabola egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.
- Hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.
- A tanulók alkalmazzák számolási, gyakorlati feladatokban a háromszögek vonatkozó általános tételeket.
- Ismerjék és tudják bizonyítani a háromszögek nevezetes vonalaira, pontjaira vonatkozó tételeket, tudják ezeket alkalmazni bizonyítási és szerkesztési feladatokban.
- Ismerjék az euklideszi szerkesztés fogalmát, a szerkesztési feladatok megoldási lépéseit, tudjanak megoldani háromszögek, négyszögek szerkesztésére vonatkozó feladatokat.
- Tudjanak valós problémákhoz geometriai modellt alkotni, és a megoldásnál az ismereteiket alkalmazni.

- Ismerjék a skaláris szorzat fogalmát, tulajdonságait, koordinátákkal való kiszámítási módját. Koordinátageometriai ismereteik segítségével tudjanak geometriai számítási és egyszerűbb bizonyítási feladatokat megoldani.
- Tudjanak térbeli problémákhoz axonometrikus ábrát készíteni, ezzel a megoldást elősegíteni.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A valószínűség matematikai fogalma.
- A valószínűség klasszikus modelljének, a valószínűség-számítás axiómáinak ismerete.
- Geometriai valószínűség kiszámítása.
- Feltételes valószínűség, független esemény fogalmának ismerete.
- A valószínűségi változó fogalmának szemléletes tartalma.
- A binomiális és hipergeometrikus eloszlás alkalmazása.
- A valószínűségi változó várható értékének, szórásának meghatározása speciális esetben.
- A nagy számok törvényének szemléletes megértése.
- A tanulók a mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni. Véges, végtelen sok kimenetelű kísérlethez tudjanak megfelelő modellt készíteni.
- Értsék a várható érték, a szórás jelentését, tudják kiszámítani a tanult eloszlásoknál. Tudják egyszerűbb valószínűségi játékok esélyelemzését elvégezni. Értsék meg, hogy egyes események valószínűsége bizonyos feltételektől függhet.
- Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.
- A matematikai tanulmányok végére a matematikatudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.
- Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.
- Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni. Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.
- Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.
- A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.
- A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.
- A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.
- Rendelkezzenek alapvető matematikai kultúrtörténeti ismeretekkel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.

Javító-, különbözeti- és osztályozóvizsgák rendjéről a matematika tantárgy keretében

Írásbeli vizsga időtartama: 60 perc.

Tartalma: 5 feladat, a tanult tananyag nyelvén megfelelően.

Elérhető pontszám: 50 pont.

Értékelés:

- Javító vizsga: 50%-74% - 2-es osztályzat

75%-tól 3-as osztályzat

- Különbözeti vizsga: 50%-tól elfogadva

- Osztályozó vizsga: 50%-62% - 2-es osztályzat

63%-74% - 3-as osztályzat

75%-86% -4-es osztályzat

87%-tól 5-ös osztályzat

40% és 50% közötti írásbeli esetén minden esetben szóbeli vizsgáztatás követi az írásbeli vizsgát.

Segédeszközök: törvényi előírásnak megfelelő zsebszámológép, körző, vonalzó használható (négyjegyű függvénytáblázat nem).